Дата **Курс, группа** **Дисциплина (МДК)** **ФИО преподавателя(ей)** **Тема**	*18.05.2020* *1, ТО 1911/з* *Математика* *Евстигнеева Е.А.* *Производная функции. Физические приложения производной.*

№ п/п	Этап занятия	Время, 1ч 30 мин	Прием и методы
1	Организационный этап	5	whatsapp
2	Изучение нового материала	40	конспект, просмотр видео урока.
3	Закрепление изученного материала	30	Пояснения к заданиям для самостоятельной работы (Посредством zoom), вызвавших наибольшее затруднение
4	Подведение итогов, рефлексия	15	Консультации в Whatsapp
5	Домашнее задание		Задания для самостоятельного решения, подготовка к тесту

18.05.2020

Тема: Производная функции. Физические приложения производной.

1. Производная функции

<u>Сведения из теории:</u>

Производная *характеризует скорость изменения функции в данной точке. Операция взятия производной называется* ***дифференцированием.***

Таблица производных

1. $(\mathrm{c})' = 0, \;\; c = const$
2. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
3. $(kx)' = k, \;\; k = const$
4. $(e^x)' = e^x$
5. $(a^x)' = a^x \cdot lna$
6. $(lnx)' = \frac{1}{x}$
7. $(log_a x)' = \frac{1}{x \cdot lna}$
8. $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
9. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
10. $(sinx)' = cosx$
11. $(cosx)' = -sinx$
12. $(tgx)' = \frac{1}{cos^2x}$
13. $(ctgx)' = -\frac{1}{sin^2x}$

Правила дифференцирования

Пусть $u = u(x), \; v = v(x)$

1) $(u \pm v)' = u' \pm v'$
2) $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
3) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
4) $(c \cdot u)' = c \cdot u', \;\; c = const$

Посмотрите видео-урок по ссылке:
https://yandex.ru/video/preview/?filmId=4943736143828351195&from=tabbar&parent-reqid=1589717521845079-227298211116645853003O3-production-app-host-man-web-yp-1&text=%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F

Пример 1.1

а) $f(x) = x^5$

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$f'(x) = (x^5)' = 5x^{5-1} = 5x^4$

б) $f(x) = x^7$
$f'(x) = 7x^{7-1} = 7x^6$

в) $f(x) = 10x^5$
$f'(x) = 50x^{5-1} = 50x^4$

г)$f(x) = x^3 + 20$
$f'(x) = 3x^2$

д) $f(x) = 7x^3 + 14x - 15$
$f'(x) = 21x^2 + 14$

Пример 1.2

Вычислите производную функции $f(x) = -2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x$.

Решение:

воспользуемся формулами и правилом 1 вычисления производных:

$$f'(x) = \left(-2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x\right)' = -2 \cdot 2x^{2-1} - \frac{1}{3} \cdot 3x^{3-1} + 5 \cdot 1x^{1-1} = -4x - x^2 + 5.$$

Пример 1.3

Вычислите производную функции $f(x) = \sqrt{x}(x-3)$.

Решение:

воспользуемся формулами и правилом 2 вычисления производных:

$$\boxed{(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'}$$

$$f'(x) = \left(\sqrt{x}(x-3)\right)' = \left(\sqrt{x}\right)'(x-3) + \sqrt{x}(x-3)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-3) + \sqrt{x}\cdot 1.$$

Пример 1.4

Вычислите производную функции $f(x) = \dfrac{\sin x}{x^2}$

$$f'(x) = \frac{(sinx)'\cdot x^2 - sinx\cdot (x^2)'}{x^4} = \frac{cosx\cdot x^2 - sinx\cdot 2x}{x^4}$$

2. Физические приложения производной

2.1 Физический смысл первой производной

Производная $y'(x)$ функции $y = f(x)$ – это мгновенная скорость изменения этой функции. В частности, если зависимость между пройденным путём s и временем t при прямолинейном неравномерном движении выражается уравнением $s = f(t)$, то *для нахождения мгновенной скорости точки в какой-нибудь определённый момент времени t нужно найти производную $s' = f'(t)$ и подставить в неё соответствующее значение t*, то есть $\boxed{v(t) = s'(t)}$.

Пример 2.1

Точка движется прямолинейно по закону $s = \frac{t^3}{3} + 2t^2 - t$ (s выражается в метрах, t – в секундах). Найти скорость движения через 3 секунды после начала движения.

Решение. Скорость прямолинейного движения равна производной пути по времени, то есть $v(t) = s'(t) = (\frac{t^3}{3} + 2t^2 - t)' = t^2 + 4t - 1.$

Подставив в уравнение скорости $t = 3$ с, получим

$$v(3) = 3^2 + 4\cdot 3 - 1 = 20(\text{м/с}).$$

Пример 2.2

Маховик, задерживаемый тормозом, поворачивается за t с на угол $\varphi(t) = 4t - 0{,}2t^2$ (*рад*). Найдите:

а) угловую скорость вращения маховика в момент $t = 6$ с;

б) в какой момент времени маховик остановится?

Решение. а) Угловая скорость вращения маховика определяется по формуле $\omega = \varphi'$. Тогда $\omega = \left(4t - 0{,}2t^2\right)' = 4 - 0{,}4t.$

Подставляя $t = 6$ с, получим $\omega = 4 - 0{,}4\cdot 6 = 1{,}6$ (рад/с).

б) В тот момент, когда маховик остановится, его скорость будет равна нулю ($\omega = 0$). Поэтому $4 - 0{,}4t = 0$. Отсюда $t = 10$ с.

Пример 2.3

Тело массой 6 кг движется прямолинейно по закону $s = 3t^2 + 2t - 5$ м. Найти кинетическую энергию тела $\left(E = \frac{mv^2}{2}\right)$через 3 с после начала движения.

Решение. Найдём скорость движения тела в любой момент времени t.

$v = s' = (3t^2 + 2t - 5)' = 6t + 2.$

Вычислим скорость тела в момент времени $t = 3$.

$v(3) = 6 \cdot 3 + 2 = 20$ (м/с).

Определим кинетическую энергию тела в момент времени $t = 3$.

$$E = \frac{6 \cdot 20^2}{2} = 1200 \text{ (Дж)}$$

2.2 Производная второго порядка.

Производная от данной функции называется *первой производной* или производной первого порядка. Но производная функции также является функцией, и если она дифференцируема, то от неё, в свою очередь, можно найти производную.

Производная от производной называется ***второй производной*** или производной второго порядка и обозначается $f''(x)$ или $y''(x)$ $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$.

2.3 Физический смысл второй производной.

Если первая производная функции – это мгновенная скорость изменения любого процесса, заданного функцией, то вторая производная – это скорость изменения скорости или ускорение, то есть $a(t) = v'(t) = s''(t)$

Итак, **первая производная – это скорость изменения процесса, вторая производная – ускорение.** $\boxed{\begin{matrix} \boldsymbol{v = s'} \\ \boldsymbol{a = v'} \end{matrix}}$

Пример 2.4

Точка движется прямолинейно по закону $s(t) = 3t^2 - 3t + 8$ (м). Найти скорость и ускорение точки в момент $t = 4$ с.

Решение. Найдём скорость точки в любой момент времени t.

$$v = s' = (3t^2 - 3t + 8)' = 6t - 3$$

Вычислим скорость в момент времени $t = 4$ с.

$$v(4) = 6 \cdot 4 - 3 = 21 (\text{м/с})$$

Найдём ускорение точки в любой момент времени t.

$a = v' = (6t - 3)' = 6$ и $a(4) = 6$ (м/c^2), то есть ускорение в этом случае является величиной постоянной.

Пример 2.5

Тело массой 3 кг движется прямолинейно по закону $s(t) = t^3 - 3t^2$+5. Найти силу, действующую на тело в момент времени $t = 4$ с.

Решение. Сила, действующая на тело, находится по формуле $F = ma$.

Найдём скорость движения точки в любой момент времени t.

$$v = s' = (t^3 - 3t^2 + 5)' = 3t^2 - 6t.$$

Тогда $v(4) = 3 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 = 24$ (м/с).

Найдём ускорение: $a(t) = v' = (3t^2 - 6t)' = 6t - 6.$

Тогда $a(4) = 6 \cdot 4 - 6 = 18\ (м/c^2)$.

Контрольные вопросы

1. В чём заключается физический смысл первой производной?
2. Как найти мгновенную скорость прямолинейного неравномерного движения? Запишите формулу.
3. Что называется производной второго порядка?
4. В чём заключается механический смысл производной?
5. Как найти ускорение прямолинейного неравномерного движения в данный момент времени? Запишите формулу.

Задания для самостоятельного решения:

Вычислите производную функции:

№1	№2
а) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 5$; б) $f(x) = 3x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 4x$; в) $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 5x + 3$; г) $f(x) = 2\sin x - 4\cos x + 3$; д) $f(x) = 2\ln x - 3e^x$; е) $f(x) = 3tgx - 4ctgx$. *Указание: используйте таблицу производных и правило дифференцирования 1.*	а) $f(x) = (x-2)\sqrt{x}$; б) $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$; в) $f(x) = \frac{cosx}{x^3}$; г) $f(x) = \frac{e^x + 1}{x}$; д) $f(x) = \ln x(e^x - 1)$; е) $f(x) = x^2 \sin x$ *Указание: Используйте правила дифференцирования 2,3 и таблицу производных.*

№3 Решите задачи

1. Точка движется прямолинейно по закону $s = 3t^2 - 3t + 8$. Найти скорость и ускорение точки в момент $t = 4$ секунды.
2. Путь, пройденный клетью подъёмной машины, определяется уравнением $h = 8t + t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени 5 с.
3. Определить момент t, в который ускорение прямолинейного движения, совершаемого по закону $s = -\frac{1}{6}t^3 + 3t^2 - 5$, равно нулю. Какова при этом скорость?
4. Материальная точка массой 2кг движется прямолинейно по закону $s = 9t - t^2 + \frac{1}{3}t^3$, где s- путь в метрах, t – время в секундах. Найдите силу, действующую на неё в момент t = 3 с. ($F = ma$)

5. Маховик, задерживаемый тормозом, поворачивается за t секунд на угол $\varphi(t) = 4t - 0{,}2t^2$ (рад). Найдите:
   а) угловую скорость вращения маховика в момент t = 6с;
   б) в какой момент маховик остановится?

Примечание:
Конспект пункта 1, ответы на контрольные вопросы (в пункте 2), задания для самостоятельного решения, сдать в электронном формате (фото) до ***22.04.2020 включительно****, отправив на почту evgenia_evstigneeva@mail.ru*